



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 07 FEBRUARIE 2026

CLASA a VI - a

PROBLEMA 1 (25 puncte)

Aflați numerele naturale $\overline{abc}$, știind că $\overline{ab}$, $\overline{bc}$ și $\overline{ca}$ sunt direct proporționale cu numerele 3, 2 și 6, iar suma cifrelor numărului $\overline{abc}$ este divizibilă cu 7.

PROBLEMA 2 (25 puncte)

Fie numerele naturale x și y . Arătați că:

- a) Dacă $(4x + 3y) : 13 \Rightarrow (44x + 33y) : 13$
- b) Dacă $(4x + 3y) : 13 \Rightarrow (5x + 7y) : 13$

PROBLEMA 3 (20 puncte)

Determinați numerele naturale $\overline{ab}$ de două cifre, pentru care $\frac{124}{ab^2 + a \cdot b + a + b}$ este număr natural.

(G.M. – Supliment cu exerciții, Nr.9/2025, enunț adaptat)

PROBLEMA 4 (20 puncte)

Fie $\sphericalangle AOE$ alungit iar în același semiplan se consideră patru unghiuri $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$ și $\sphericalangle DOE$ astfel încât

$$\sphericalangle AOB = \frac{1}{2} \cdot \sphericalangle BOC = 2 \cdot \sphericalangle COD = \frac{2}{5} \cdot \sphericalangle DOE$$

- a) Aflați măsurile celor 4 unghiuri.
- b) Arătați că $OC \perp AO$.

Notă: Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Punctajul maxim total este de 100 puncte.

Se acordă 10 puncte din oficiu.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 07 FEBRUARIE 2026

CLASA a VI – a

BAREM DE EVALUARE

PROBLEMA 1 (25 puncte)

Aflați numerele naturale $\overline{abc}$, știind că $\overline{ab}$, $\overline{bc}$ și $\overline{ca}$ sunt direct proporționale cu numerele 3, 2 și 6, iar suma cifrelor numărului $\overline{abc}$ este divizibilă cu 7.

SOLUȚIE/BAREM	Punctaj
Din enunț, $\frac{\overline{ab}}{3} = \frac{\overline{bc}}{2} = \frac{\overline{ca}}{6} \Rightarrow \frac{10a+b}{3} = \frac{10b+c}{2} = \frac{10c+a}{6} = \frac{11 \cdot (a+b+c)}{11} = a + b + c$.	5p
Dar $(a + b + c) : 7$, deci $(a + b + c) \in \{7, 14, 21\}$.	5p
$\frac{\overline{ab}}{3} = \frac{\overline{bc}}{2} = \frac{\overline{ca}}{6} = 7 \Rightarrow \overline{ab} = 21, \overline{bc} = 14, \overline{ca} = 42$, cu soluția $\overline{abc} = 214$	5p
$\frac{\overline{ab}}{3} = \frac{\overline{bc}}{2} = \frac{\overline{ca}}{6} = 14 \Rightarrow \overline{ab} = 42, \overline{bc} = 28, \overline{ca} = 84$, cu soluția $\overline{abc} = 428$	5p
$\frac{\overline{ab}}{3} = \frac{\overline{bc}}{2} = \frac{\overline{ca}}{6} = 21$ nu conduce la soluții deoarece $\overline{ca} = 6 \cdot 21 = 126$ nu poate avea loc. Numerele cerute sunt 214 și 428.	5p

PROBLEMA 2 (25 puncte)

Fie x și y numere naturale. Arătați că:

- a) Dacă $(4x + 3y) : 13 \Rightarrow (44x + 33y) : 13$.
b) Dacă $(4x + 3y) : 13 \Rightarrow (5x + 7y) : 13$.

SOLUȚIE/BAREM	Punctaj
a) $(4x + 3y) : 13 \Rightarrow 4x + 3y = 13k$	5p
$44x + 33y = 11(4x + 3y) = 11 \cdot 13k \Rightarrow (44x + 33y) : 13$	4p
b) $13(x + y) : 13, (1)$	4p



$(4x + 3y) : 13 \Rightarrow 2(4x + 3y) : 13, \quad (2)$	4p
din (1) și (2) $\Rightarrow (13(x + y) - 2(4x + 3y)) : 13$	4p
$(5x + 7y) : 13$	4p

PROBLEMA 3 (20 puncte)

Enunț: Determinați numerele naturale $\overline{ab}$ de două cifre, pentru care $\frac{124}{ab^2+a \cdot b+a+b}$ este număr natural.

(G.M. – Supliment cu exerciții, Nr.9/2025, enunț adaptat)

SOLUȚIE/BAREM	Punctaj
Din enunț, $\frac{124}{ab^2+a \cdot b+a+b} \in \mathbb{N} \Rightarrow (\overline{ab}^2 + a \cdot b + a + b) \in \mathcal{D}_{124}$	4p
Deci, $(\overline{ab}^2 + a \cdot b + a + b) \in \{1; 2; 4; 31; 62; 124\}$	4p
Dar cum $\overline{ab}$ este un număr de două cifre, iar $\overline{ab}^2 < 124 \Rightarrow \overline{ab} \in \{10; 11\}$	4p
Dacă $\overline{ab} = 10 \Rightarrow 100 + 1 \cdot 0 + 1 + 0 = 101 \nmid 124$, deci nu verifică condițiile problemei	4p
Dacă $\overline{ab} = 11 \Rightarrow 121 + 1 \cdot 1 + 1 + 1 = 124$, verifică condițiile problemei, deci $\overline{ab} = 11$ Deci $a=1, b=1$.	4p

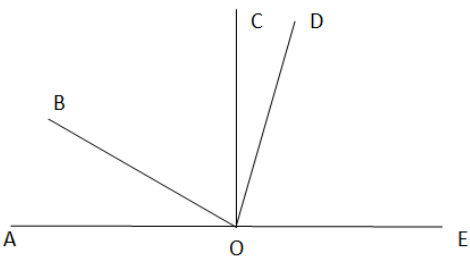
PROBLEMA 4 (20 puncte)

Enunț: Fie $\sphericalangle AOE$ alungit iar în același semiplan se consideră patru unghiuri $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle COD$ și $\sphericalangle DOE$ astfel încât

$$\sphericalangle AOB = \frac{1}{2} \cdot \sphericalangle BOC = 2 \cdot \sphericalangle COD = \frac{2}{5} \cdot \sphericalangle DOE$$

- Aflați măsurile celor 4 unghiuri.
- Arătați că $OC \perp AO$.



SOLUȚIE/BAREM	Punctaj
<p>a)Desenul</p> 	3p
$\widehat{AOE}$ – unghi alungit $\Rightarrow \widehat{AOE} = 180^0$	3p
$\widehat{AOB} = \frac{1}{2} \widehat{BOC} = 2 \widehat{COD} = \frac{2}{5} \widehat{DOE} = k \Rightarrow \widehat{AOB} = k, \widehat{BOC} = 2k, \widehat{COD} = \frac{k}{2},$ $\widehat{DOE} = \frac{5k}{2}$	3p
$k + 2k + \frac{k}{2} + \frac{5k}{2} = 180^0$	3p
$6K = 180^0 \Rightarrow k = 30^0$	3p
$\widehat{AOB} = 30^0, \widehat{BOC} = 60^0, \widehat{COD} = 15^0, \widehat{DOE} = 75^0$	2p
b) $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 90^0 \Rightarrow CO \perp AO$	3p